Formulario guida: le misure e gli errori

L'errore non è uno sbaglio: nessuna misura è esatta, e l'incertezza dice **quanto possiamo fidarci** del valore.

FRONTE
Misurare

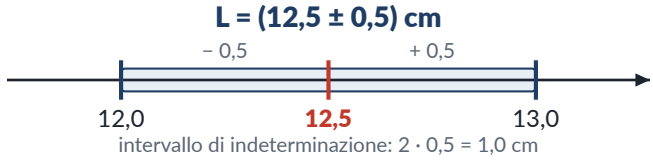
La scrittura della misura

l'incertezza si chiama anche errore assoluto

$$x = (x_M \pm \Delta x) \text{ unità}$$

x_M è il **valore**, Δx è l'**incertezza**. Il valore vero sta fra $x_M - \Delta x$ e $x_M + \Delta x$: è l'**intervallo di indeterminazione**, ampio $2\Delta x$.

Valore e incertezza hanno **la stessa unità** e finiscono **alla stessa cifra decimale**.



intervallo di indeterminazione: 2 · 0,5 = 1,0 cm

Quale Δx devo usare?

dipende da come ho ottenuto la misura

Misura diretta
una sola lettura sullo strumento
valore: **quello letto**
Δx: **errore di sensibilità**

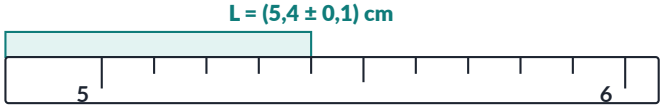
Serie di misure
la stessa misura ripetuta più volte
valore: **valore medio**
Δx: **semidispersione**

Misura indiretta
si calcola da altre misure con una formula
valore: **quello calcolato**
Δx: **leggi di propagazione** (retro)

1 Errore di sensibilità

È la più piccola variazione che lo strumento rileva: la **distanza fra due divisioni consecutive**.

$$\Delta x = \frac{\text{ampiezza del tratto}}{\text{numero di divisioni}}$$



Da 5 cm a 6 cm ci sono 10 divisioni:
$\Delta x = 1 \text{ cm} : 10 = 0{,}1 \text{ cm}$.

Strumento digitale: Δx vale **1 sull'ultima cifra** mostrata: se leggi 12,48 s, $\Delta x = 0{,}01$ s.

Portata: il valore massimo che lo strumento può misurare.

2 Errore tra più misure

Ripetendo una misura i valori cambiano un po': gli **errori casuali** agiscono ora per eccesso, ora per difetto.

valore medio	$x_M = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_N}{N}$
semidispersione (o errore massimo)	$\Delta x = \dfrac{x_{\max} - x_{\min}}{2}$

Misuro 5 volte: 8,3 s · 8,5 s · 8,2 s · 8,6 s · 8,4 s
$x_M = 42{,}0 : 5 = 8{,}40$ s
$\Delta x = (8{,}6 - 8{,}2) : 2 = 0{,}2$ s
Scrittura: $t = (8{,}4 \pm 0{,}2)$ s

Misure tutte uguali? La semidispersione è 0, ma l'incertezza non è mai nulla: usa l'**errore di sensibilità**. Lo stesso se la semidispersione viene più piccola della sensibilità.

3 Errore relativo

la misura più precisa è quella con l'errore relativo minore

errore relativo	$\varepsilon_r = \dfrac{\Delta x}{x_M}$
errore percentuale	$\varepsilon_\% = \varepsilon_r \cdot 100\%$
formule inverse	$\Delta x = \varepsilon_r \cdot x_M$ $\quad x_M = \dfrac{\Delta x}{\varepsilon_r}$

Stessa incertezza, precisione diversa
$L_1 = (2{,}0 \pm 0{,}1)$ cm $\rightarrow \varepsilon_r = 0{,}0500 = 5{,}00\%$
$L_2 = (50{,}0 \pm 0{,}1)$ cm $\rightarrow \varepsilon_r = 0{,}00200 = 0{,}200\%$
L_2 è più precisa: 0,1 cm pesa molto meno su 50 cm.

Formula inversa. Un tempo di 80 s ha un errore relativo dello 0,5%: $\Delta x = 0{,}005 \cdot 80 = 0{,}4$ s, quindi $t = (80{,}0 \pm 0{,}4)$ s.

ε_r è un **numero puro**, senza unità di misura: per questo permette di confrontare anche grandezze diverse. Nei calcoli scrivilo con **3 cifre significative**.

CC BY 4.0 · puoi condividere e modificare, citando l'autore

Formulario guida: le misure e gli errori

Quante cifre scrivere e che cosa succede all'incertezza quando si fanno calcoli con le misure.

RETRO
Calcolare

4 Cifre significative

Sono le **cifre certe più la prima cifra incerta**. Si contano dalla prima cifra diversa da zero.

numero	c.s.	perché
34,2	3	tutte le cifre
0,0081	2	gli zeri iniziali non contano
0,0402	3	lo zero in mezzo conta
5,60	3	lo zero finale dopo la virgola conta
$1{,}20 \cdot 10^3$	3	si contano le cifre prima di $\cdot\, 10^n$

Cifre significative e cifre decimali sono cose diverse: 69,572 ha 3 decimali e 5 c.s.

5 Arrotondamento

prima Δx, poi il valore

1. **Incertezza:** tienila con **una sola cifra significativa**.
2. **Valore:** fermati alla **stessa posizione** dell'ultima cifra di Δx.

Se la prima cifra eliminata è 5, 6, 7, 8 o 9 si arrotonda per eccesso; se è 0, 1, 2, 3 o 4 per difetto.

e $x_M = 23{,}4781\ \text{g} \quad \Delta x = 0{,}0362\ \text{g}$
$\Delta x \to 0{,}04\ \text{g}$ (centesimi)
$\Rightarrow x = (23{,}48 \pm 0{,}04)\ \text{g}$

e $x_M = 1283{,}6\ \text{m} \quad \Delta x = 47{,}2\ \text{m}$
$\Delta x \to 50\ \text{m}$ (decine) $\Rightarrow x = (1280 \pm 50)\ \text{m}$

6 Propagazione degli errori

operazioni fra misure con il loro errore

Somma e differenza: si sommano le incertezze

$$\Delta x(A \pm B) = \Delta x(A) + \Delta x(B)$$

Anche nella differenza si fa **sempre la somma** delle incertezze.

Prodotto e quoziente: si sommano gli errori relativi

$$\varepsilon_r(A \cdot B) = \varepsilon_r(A : B) = \varepsilon_r(A) + \varepsilon_r(B)$$

Poi si torna all'incertezza: $\Delta x = \varepsilon_r \cdot$ valore calcolato.

Esempio: somma e differenza

$a = (8{,}4 \pm 0{,}2)\ \text{m}$
$b = (3{,}2 \pm 0{,}1)\ \text{m}$
$\Delta x = 0{,}2 + 0{,}1 = 0{,}3\ \text{m}$
$a + b = (11{,}6 \pm 0{,}3)\ \text{m}$
$a - b = (5{,}2 \pm 0{,}3)\ \text{m}$

Esempio: velocità $v = s : t$

$s = (120{,}0 \pm 0{,}5)\ \text{m} \qquad t = (15{,}0 \pm 0{,}1)\ \text{s}$
$v_M = 120{,}0 : 15{,}0 = 8{,}00\ \text{m/s}$
$\varepsilon_r(v) = \dfrac{0{,}5}{120{,}0} + \dfrac{0{,}1}{15{,}0} = 0{,}00417 + 0{,}00667 = 0{,}0108$
$\Delta x = 0{,}0108 \cdot 8{,}00 = 0{,}086 \to v = (8{,}00 \pm 0{,}09)\ \text{m/s}$

casi particolari	doppio o multiplo: $k \cdot A$ con k numero esatto	quadrato: $A^2 = A \cdot A$	cubo: $A^3 = A \cdot A \cdot A$
regola	$\Delta x(k \cdot A) = k \cdot \Delta x(A)$	$\varepsilon_r(A^2) = 2 \cdot \varepsilon_r(A)$	$\varepsilon_r(A^3) = 3 \cdot \varepsilon_r(A)$

7 Calcoli senza incertezza

Se hai solo i numeri, il risultato non può essere più preciso dei dati:

+ − tanti **decimali** quanti il dato che ne ha meno
$12{,}41 + 3{,}2 = 15{,}61 \to 15{,}6$

· : tante **cifre significative** quante il dato che ne ha meno
$2{,}5 \cdot 3{,}21 = 8{,}025 \to 8{,}0$

★ Misure indirette in 4 passi

1. **Calcola il valore** con la formula, senza arrotondare.
2. **Trova** Δx: somma le incertezze se c'è + o −; se c'è · o : somma gli ε_r, poi $\Delta x = \varepsilon_r \cdot$ valore.
3. **Arrotonda** prima Δx, poi il valore.
4. **Scrivi** la misura con parentesi e unità.

Attenzione agli errori più comuni

✗ $(12{,}348 \pm 0{,}1)$ cm
✓ $(12{,}3 \pm 0{,}1)$ cm: stessa ultima cifra

✗ $\Delta x = 0{,}0362$ g
✓ $\Delta x = 0{,}04$ g: una sola c.s. alla fine

✗ 245 ± 1 g
✓ (245 ± 1) g: l'unità vale per tutti e due

✗ nel prodotto sommo i Δx
✓ nel prodotto sommo gli ε_r

✗ nella differenza sottraggo i Δx
✓ nella differenza sommo i Δx

✗ $\varepsilon_r = 0{,}02$ cm
✓ $\varepsilon_r = 0{,}02$: non ha unità di misura

CC BY 4.0 · puoi condividere e modificare, citando l'autore