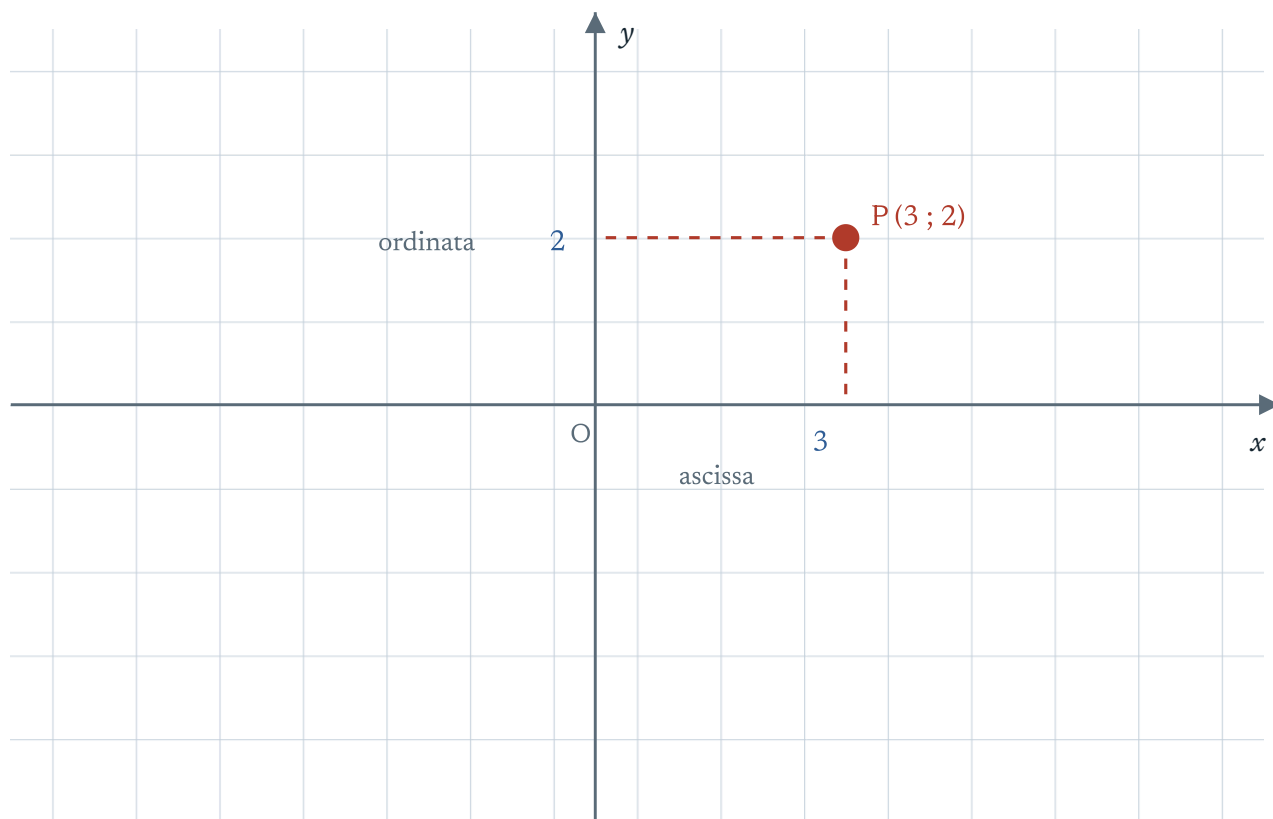


Il piano cartesiano

Due rette perpendicolari bastano per dare un indirizzo a ogni punto del piano. Coordinate, quadranti, e come si misura la distanza fra due punti senza righello.



Ogni punto è individuato da due numeri: prima si legge lo spostamento orizzontale, poi quello verticale.

Due rette, un indirizzo

Il piano cartesiano è formato da due rette orientate e perpendicolari fra loro. Quella orizzontale è l'**asse delle ascisse** (asse x), quella verticale è l'**asse delle ordinate** (asse y). Il punto in cui si incontrano è l'**origine** O , che ha coordinate $(0; 0)$.

Un punto P si scrive indicando, in quest'ordine, la sua ascissa e la sua ordinata:

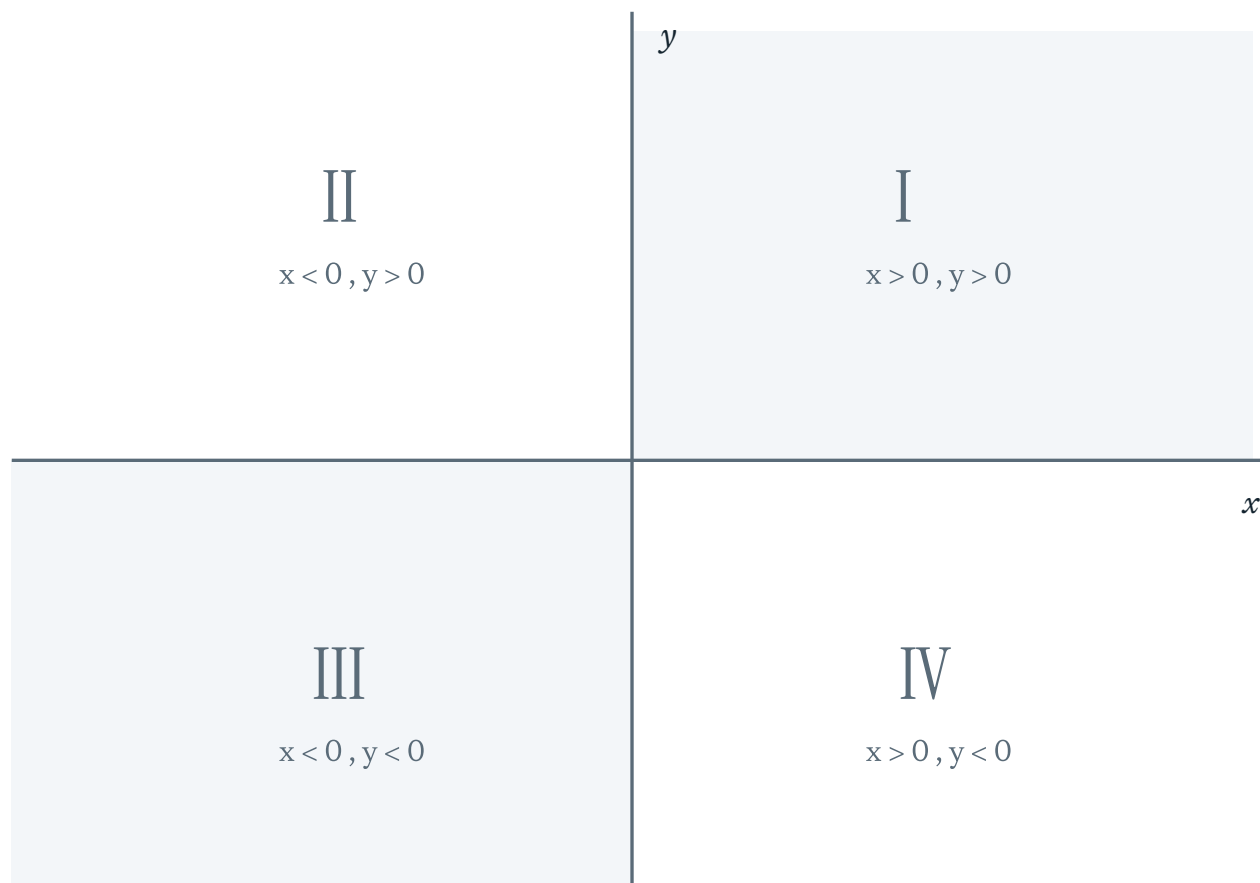
$$P(x_P; y_P)$$

L'**ascissa** dice di quanto ci si sposta lungo l'asse orizzontale, l'**ordinata** di quanto si sale o si scende lungo quello verticale. L'ordine conta: $(3; 2)$ e $(2; 3)$ sono due punti diversi. Per questo si parla di *coppia ordinata*.

Un modo per non confondersi: ascissa e *asse orizzontale* cominciano entrambe per a, e nell'alfabeto la x viene prima della y come nella coppia. Prima si cammina, poi si sale.

I quattro quadranti

Gli assi dividono il piano in quattro regioni, numerate in senso antiorario a partire da quella in alto a destra. In ciascuna, i segni delle coordinate seguono una regola fissa.



La numerazione parte in alto a destra e procede in senso antiorario.

Quadrante	Ascissa	Ordinata	Esempio
I	positiva	positiva	$(4; 3)$
II	negativa	positiva	$(-4; 3)$
III	negativa	negativa	$(-4; -3)$
IV	positiva	negativa	$(4; -3)$

I punti che stanno *sugli* assi non appartengono a nessun quadrante: hanno sempre una coordinata nulla. Se $y = 0$ il punto sta sull'asse x ; se $x = 0$ sta sull'asse y .

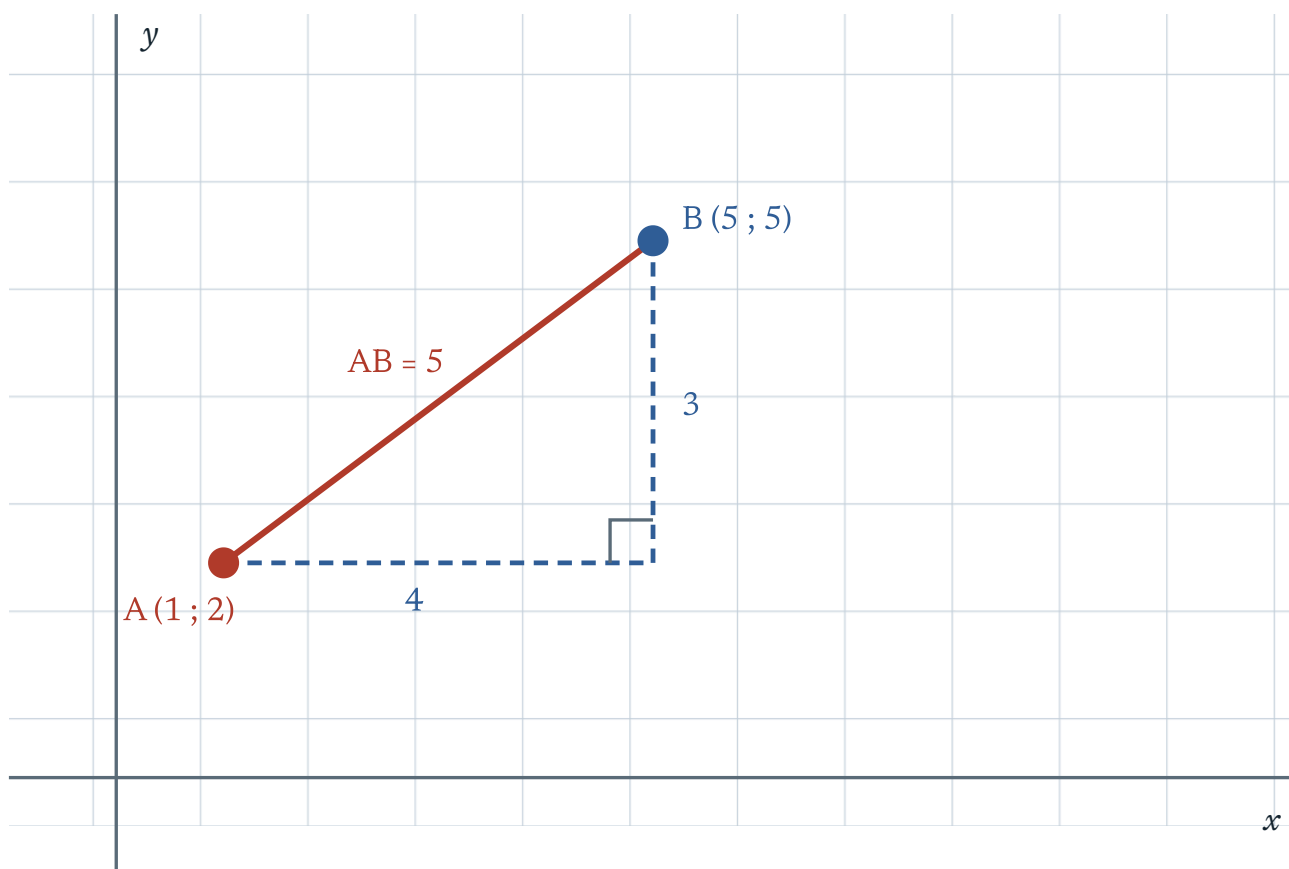
Disegnare un punto

- 1 **Parti dall'origine.** È il punto zero di ogni misura, l'incrocio dei due assi.
- 2 **Muoviti in orizzontale** di tante unità quante ne indica l'ascissa: verso destra se è positiva, verso sinistra se è negativa.
- 3 **Muoviti in verticale** di tante unità quante ne indica l'ordinata: verso l'alto se è positiva, verso il basso se è negativa.
- 4 **Segna il punto** dove ti sei fermato e scrivi accanto la sua lettera maiuscola con le coordinate fra parentesi.

L'unità di misura può essere scelta liberamente (un quadretto, due, un centimetro), ma deve restare la stessa sui due assi: altrimenti le figure risultano deformate e le distanze non tornano.

La distanza fra due punti

Presi due punti A e B , tracciamo il segmento che li unisce e completiamo il rettangolo con i tratti orizzontale e verticale. Si forma un **triangolo rettangolo** in cui il segmento AB è l'ipotenusa.



I cateti misurano la differenza delle ascisse e quella delle ordinate; l'ipotenusa è la distanza cercata.

Il cateto orizzontale misura $x_B - x_A$, quello verticale $y_B - y_A$. Applicando il teorema di Pitagora si ottiene la formula della distanza:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Le differenze sono elevate al quadrato, quindi il loro segno non conta: non importa quale punto chiami A e quale B , la distanza è la stessa.

L'esempio della figura

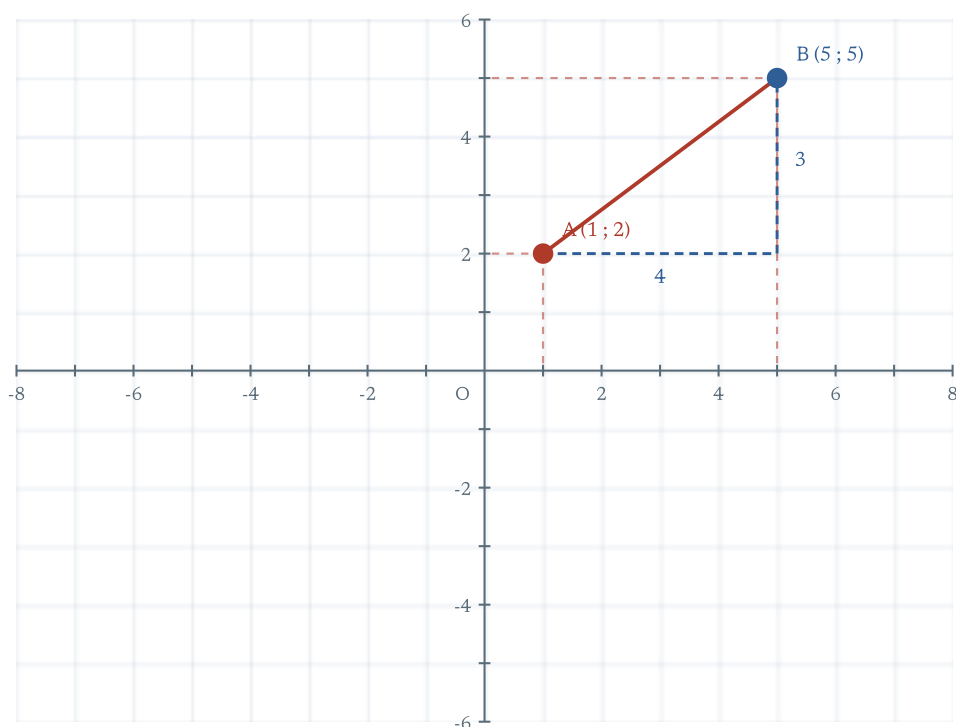
Con $A(1; 2)$ e $B(5; 5)$:

$$AB = \sqrt{(5 - 1)^2 + (5 - 2)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

Quando i due punti hanno la stessa ordinata, il segmento è orizzontale e la formula si riduce a $AB = |x_B - x_A|$. Analogamente, se hanno la stessa ascissa il segmento è verticale e basta la differenza delle ordinate.

L'esempio 3-4-5 disegnato sul piano

Ecco i punti $A(1; 2)$ e $B(5; 5)$ al loro posto, con il triangolo rettangolo che ha AB come ipotenusa. I due cateti si contano direttamente sui quadretti: 4 verso destra e 3 verso l'alto.



A si trova nel I quadrante, B si trova nel I quadrante.

differenza delle ascisse	differenza delle ordinate	distanza AB	punto medio
4	3	$AB = 5$	$M(3; 3,5)$

Il segmento AB non è né orizzontale né verticale, quindi la sua lunghezza non si può contare sui quadretti: si ricava dai due cateti con il teorema di Pitagora. Il punto medio invece si trova subito, facendo la media delle ascisse e la media delle ordinate.

Da tenere a mente

- Nella coppia ordinata viene **sempre prima l'ascissa**: $P(x; y)$.
- I quadranti si numerano in **senso antiorario** partendo da quello in alto a destra.
- Un punto sugli assi non sta in nessun quadrante: ha una coordinata uguale a zero.
- Distanza: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$. È sempre un numero positivo.
- Punto medio di AB : $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$, cioè la media delle coordinate.